Soit (I_n) la suite définie par : $\begin{cases} I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t\, dt \\ I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^n \sin t\, dt \ , \ n \in IN^* \end{cases}$

$I_n = n\left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1} - n(n-1)\, I_{n-2}$.

b) En déduire I_2 et I_3. Puis la valeur de l'intégrale $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-2t+t^2-t^3)\sin t\, dt$

$\forall n \geq 2 \ ; \ I_n = n\left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1} - n(n-1)\, I_{n-2}$

$I_2 = 2\left(\frac{\pi}{2}\right)^{2-1} - 2(2-1)\, I_0$

$= \pi - 2 I_0$

$\boxed{I_2 = \pi - 2}$

$I_3 = 3\left(\frac{\pi}{2}\right)^{3-1} - 3(3-1)\, I_1$

$= 3\,\frac{\pi^2}{4} - 6$

$\boxed{I_3 = \frac{3\pi^2}{4} - 6}$